

### 30 線形合成関数の高階定積分と超定積分

#### 要 旨

本章では、合成関数  $g(f(x))$  において  $f(x)$  が1次関数の場合の定積分、高階定積分および超定積分を研究する。

- (1) 第1節では、 $g(cx+d)$  の定積分の定理を導出する。
- (2) 第2節では、(1) を高階定積分化する。
- (3) 第3節では、(2) を超定積分化する。

#### 30・1 線形合成関数の定積分

##### 定理 30・1・1

$c$  は正数、 $a, b, d$  は実数とする。関数  $g(x)$  の原始関数  $g^{<1>}(x)$  が区間  $[ac+d, bc+d]$  において有界かつ正則であるならば、次が成立する。

$$\int_a^b g(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{ac+d}^{bc+d} g(x) dx$$

#### 証明

$cx+d = f$ ,  $ac+d = f_a$  とすれば、 $dx = df/c$ 。

よって  $[a, x] \rightarrow [f_a, f]$  なる変数変換を行えば

$$\int_a^x g(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{f_a}^f g(f) df$$

ここで  $x=b$  と置けば、 $bc+d = f_b$ 。よって

$$\int_a^b g(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{f_a}^{f_b} g(f) df$$

i.e.

$$\int_a^b g(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{ac+d}^{bc+d} g(f) df$$

右辺の積分において上限も下限も定数であるから、記号  $f$  は任意に変更することができる。

かくて  $f$  を  $x$  に変更して与式を得る。 Q. E. D.

#### 例1 $g(cx+d) = (cx+d)^3 - 3(cx+d) + 1$

定理に従えばこれの2から7までの階定積分は次のようになる。

$$\int_2^7 \{(cx+d)^3 - 3(cx+d) + 1\} dx = \frac{1}{c} \int_{2c+d}^{7c+d} (x^3 - 3x + 1) dx$$

左辺を  $G1$  右辺を  $Gr$  として数式処理ソフト *Mathematica* でこれらを計算すると、

$$G1[c, d] : \quad 5 - \frac{135c}{2} + \frac{2385c^3}{4} - 15d + 335c^2d + \frac{135cd^2}{2} + 5d^3$$

$$\text{Expand}[Gr[c, d]] : \quad 5 - \frac{135c}{2} + \frac{2385c^3}{4} - 15d + 335c^2d + \frac{135cd^2}{2} + 5d^3$$

両辺は等しいことが確認できる。

## 例2 $g(cx+d) = (cx+d)^2 \cos(cx+d)$

定理に従えばこれの1から5までの定積分は次のようになる。

$$\int_1^5 (cx+d)^2 \cos(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{1c+d}^{5c+d} x^2 \cos x dx$$

$c=3, d=4$  のとき、両辺を *Mathematica* で計算すると、

$$\text{G1}[3, 4] : \frac{1}{3} (-14 \text{Cos}[7] + 38 \text{Cos}[19] - 47 \text{Sin}[7] + 359 \text{Sin}[19])$$

$$\text{Gr}[3, 4] : \frac{1}{3} (-14 \text{Cos}[7] + 38 \text{Cos}[19] - 47 \text{Sin}[7] + 359 \text{Sin}[19])$$

両辺は等しいことが確認できる。

定理 30・1・1 において  $a = \pm\infty, b = 0$  と置くことにより、次の系が得られる。

### 系 30・1・2

$c$  は正数、 $d$  は実数とする。関数  $g(x)$  の原始関数  $g^{<1>}(x)$  が区間  $(\pm\infty, d]$  において有界かつ正則であるならば、次が成立する。

$$\int_{\pm\infty}^0 g(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{\pm\infty}^d g(x) dx$$

但し、 $\pm$ は積分が収束する方を採用。

この系の難しいところは、「原始関数  $g^{<1>}(x)$  が区間  $(\pm\infty, 0]$  において有界である」ことである。どのような原始関数がこの条件を満たすのであろうか？ 筆者が試行錯誤した結果では、およそ次のような場合に原始関数がこの条件を満たすことが判った。

#### 原始関数が定理の条件を満たす場合

- (1)  $g^{<1>}(x)$  が  $\arctan x, \text{arccot } x$  を因子とする場合
- (2)  $g^{<1>}(x)$  が  $\tanh x$  を因子とする場合
- (3)  $g^{<1>}(x)$  が分母子の次数の等しい分数型関数を因子とする場合
- (4)  $g^{<1>}(x)$  が  $e^x$  を因子とする場合

#### 例1 $g^{<1>}(x)$ が $\arctan x$ を因子とする場合

$$\int_{\pm\infty}^0 \frac{dx}{(cx+d)^2+1} = \frac{1}{c} \int_{\pm\infty}^d \frac{dx}{x^2+1}$$

左辺:

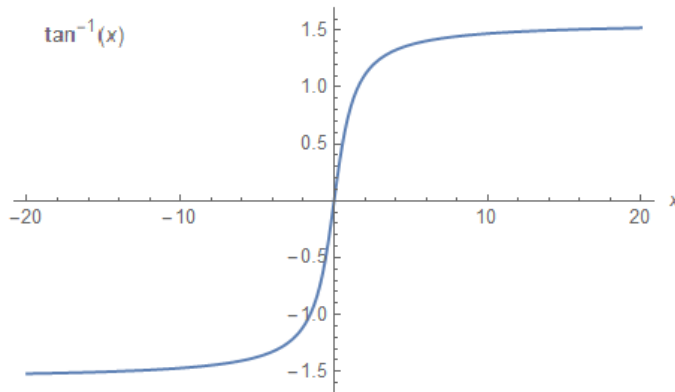
$$\int_{\pm\infty}^0 \frac{dx}{(cx+d)^2+1} = \left[ \int \frac{dx}{(cx+d)^2+1} \right]_{\pm\infty}^0 = \left[ \frac{\tan^{-1}(cx+d)}{c} \right]_{\pm\infty}^0$$

$$= \frac{1}{c} \{ \tan^{-1} d - \tan^{-1} \infty \} = \frac{1}{c} \left( \tan^{-1} d \mp \frac{\pi}{2} \right)$$

右辺:

$$\frac{1}{c} \int_{\pm\infty}^d \frac{dx}{x^2+1} = \left[ \int \frac{dx}{x^2+1} \right]_{\pm\infty}^d = \frac{1}{c} [\tan^{-1} x]_{\pm\infty}^d = \frac{1}{c} \left( \tan^{-1} d \mp \frac{\pi}{2} \right)$$

これらは  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \tan^{-1}(cx+d) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \tan^{-1} x = \pm\pi/2$  であることの結果である。(図を参照。)



なお、上記(2)及び(3)もこれと似たような図になる。

例2  $g^{<1>}(x)$  が指数関数を因子とする場合

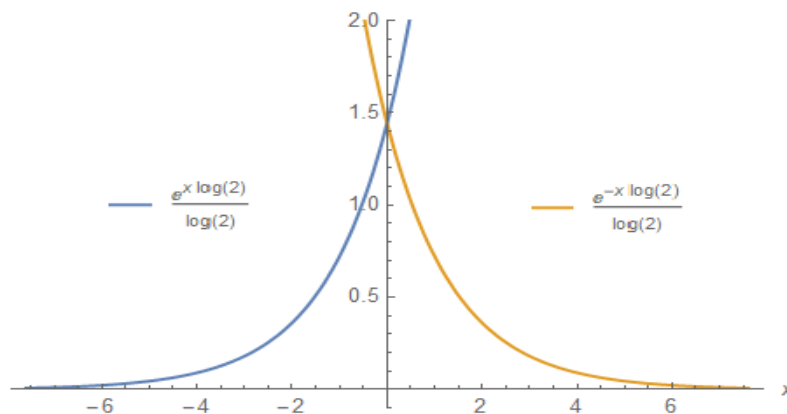
$$\int_{-\infty}^0 \lambda^{cx+d} dx = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^d \lambda^x dx \quad (\lambda > 0)$$

$$\text{左辺: } \int_{-\infty}^0 \lambda^{cx+d} dx = \left[ \frac{1}{c} \frac{e^{(cx+d) \log \lambda}}{\log \lambda} \right]_{-\infty}^0 = \frac{e^{d \log \lambda}}{c \log \lambda}$$

$$\text{右辺: } \frac{1}{c} \int_{-\infty}^d \lambda^x dx = \frac{1}{c} \left[ \frac{e^{x \log \lambda}}{\log \lambda} \right]_{-\infty}^d = \frac{e^{d \log \lambda}}{c \log \lambda}$$

これらは  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{(cx+d) \log \lambda} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x \log \lambda} = 0$  であることの結果である。(図を参照。)

+ のときも同様である。



例2で発生する  $e^{\mp\infty}$  の威力は絶大である。よって指数関数を因子として含む  $g^{<1>}(x)$  の殆どは系 30・1・2 の条件を満たすと考えられる。実際、検証出来たものを列挙すると次のとおり。

$$\int_{\mp\infty}^0 e^{\pm(cx+d)} dx = \frac{1}{c} \int_{\mp\infty}^d e^{\pm x} dx$$

$$\int_{\mp\infty}^0 \lambda^{\pm(cx+d)} dx = \frac{1}{c} \int_{\mp\infty}^d \lambda^{\pm x} dx \quad (\lambda > 1)$$

$$\int_{\pm\infty}^0 e^{-\lambda(cx+d)^2} dx = \frac{1}{c} \int_{\pm\infty}^d e^{-\lambda x^2} dx \quad (\text{ガウス積分の半分})$$

$$\int_{\infty}^{-\infty} e^{-\lambda(cx+d)^2} dx = \frac{1}{c} \int_{\infty}^{-\infty} e^{-\lambda x^2} dx \quad (\text{ガウス積分})$$

$$\int_{-\infty}^0 Ei(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^d Ei(x) dx \quad \left( Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^x}{x} dx \right)$$

$$\int_{\mp\infty}^0 e^{\pm(cx+d)} (cx+d)^\lambda dx = \frac{1}{c} \int_{\mp\infty}^d e^{\pm x} x^\lambda dx \quad (\lambda > -1)$$

$$\int_{\mp\infty}^0 e^{\pm(cx+d)} \log(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{\mp\infty}^d e^{\pm x} \log x dx$$

$$\int_{\mp\infty}^0 e^{\pm(cx+d)} \sin(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{\mp\infty}^d e^{\pm x} \sin x dx$$

$$\int_{\mp\infty}^0 e^{\pm(cx+d)} \cos(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{\mp\infty}^d e^{\pm x} \cos x dx$$

$$\vdots$$

### 30・2 線形合成関数の高階定積分

#### 補題 30・2・0

$cx+d = f$ ,  $ca+d = f_a$  とするとき、自然数  $n$  について次式が成立する。

$$\int_a^x \cdots \int_a^x g(cx+d) dx^n = \left(\frac{1}{c}\right)^n \int_{f_a}^f \cdots \int_{f_a}^f g(f) df^n$$

#### 証明

仮定により  $dx = df/c$ 。よって  $[a, x] \rightarrow [f_a, f]$  なる変数変換を行えば

$$\int_a^x g(cx+d) dx = \frac{1}{c} \int_{f_a}^f g(f) df$$

両辺を  $a$  から  $x$  まで積分すれば

$$\int_a^x \int_a^x g(cx+d) dx^2 = \int_a^x \left( \frac{1}{c} \int_{f_a}^f g(f) df \right) dx$$

右辺に  $dx = df/c$  を代入し、 $[a, x] \rightarrow [f_a, f]$  なる変数変換を行えば

$$\int_a^x \int_a^x g(cx+d) dx^2 = \int_{f_a}^f \left( \frac{1}{c} \int_{f_a}^f g(f) df \right) \frac{df}{c}$$

i.e.

$$\int_a^x \int_a^x g(cx+d) dx^2 = \left(\frac{1}{c}\right)^2 \int_{f_a}^f \int_{f_a}^f g(f) df^2$$

以下、同様の計算を繰り返して与式を得る。 Q.E.D.

#### Note

この補題は「23 合成関数の高階積分」公式 23・1・2 と同じである。この公式は合成関数の高階積分の一般式から長い計算の末に証明されたが、本節の補題は直接証明されている。

この補題を用いて次の定理が証明できる。

#### 定理 30・2・1

$c$  は正数、 $a, b, d$  は実数 として  $n$  は自然数とする。関数  $g(x)$  の高階原始関数  $g^{<n>}(x)$  が区間  $[ac+d, bc+d]$  において有界かつ正則であるならば、次が成立する。

$$\int_a^b \int_a^x \cdots \int_a^x g(cx+d) dx^n = \left(\frac{1}{c}\right)^n \int_{ac+d}^{bc+d} \int_{ac+d}^x \cdots \int_{ac+d}^x g(x) dx^n$$

#### 証明

補題 30・2・0 により、 $cx+d = f$ ,  $ac+d = f_a$  とするとき、自然数  $n$  について次が成立する。

$$\int_a^x \cdots \int_a^x g(cx+d) dx^n = \left(\frac{1}{c}\right)^n \int_{f_a}^f \cdots \int_{f_a}^f g(f) df^n$$

ここで  $x=b$  と置けば、 $bc+d = f_b$ 。よって

$$\int_a^b \int_a^x \cdots \int_a^x g(cx+d) dx^n = \left(\frac{1}{c}\right)^n \int_{f_a}^{f_b} \int_{f_a}^f \cdots \int_{f_a}^f g(f) df^n$$

i.e.

$$\int_a^b \int_a^x \cdots \int_a^x g(cx+d) dx^n = \left(\frac{1}{c}\right)^n \int_{ac+d}^{bc+d} \int_{ac+d}^f \cdots \int_{ac+d}^f g(f) df^n$$

右辺の高階積分において上限も下限も定数であるから、記号  $f$  は任意に変更することができる。かくて  $f$  を  $x$  に変更して与式を得る。 Q. E. D.

### 例1 $g(cx+d) = \lambda^{cx+d}$

定理に従えばこれの 1 から 6 までの 3 階定積分は次のようになる。

$$\int_1^6 \int_1^x \int_1^x \lambda^{cx+d} dx^3 = \left(\frac{1}{c}\right)^n \int_{1c+d}^{6c+d} \int_{1c+d}^x \int_{1c+d}^x \lambda^x dx^3$$

これは概念式であるから実際の計算には次のような3重積分が必要がある。

$$\int_1^6 \int_1^u \int_1^t \lambda^{ct+d} dt du dx = \left(\frac{1}{c}\right)^n \int_{1c+d}^{6c+d} \int_{1c+d}^u \int_{1c+d}^t \lambda^t dt du dx$$

$\lambda=2$  のとき、両辺を *Mathematica* で計算すると

$$\text{Expand[G1[c, d, 2]]} : -\frac{2^{c+d}}{c^3 \text{Log}[2]^3} + \frac{2^{6c+d}}{c^3 \text{Log}[2]^3} - \frac{5 \times 2^{c+d}}{c^2 \text{Log}[2]^2} - \frac{25 \times 2^{-1+c+d}}{c \text{Log}[2]}$$

$$\text{Expand[Gr[c, d, 2]]} : -\frac{2^{c+d}}{c^3 \text{Log}[2]^3} + \frac{2^{6c+d}}{c^3 \text{Log}[2]^3} - \frac{5 \times 2^{c+d}}{c^2 \text{Log}[2]^2} - \frac{25 \times 2^{-1+c+d}}{c \text{Log}[2]}$$

両辺は等しいことが確認できる。

### 例2 $g(cx+d) = (cx+d)^3 \cos(cx+d)$

定理に従えばこれの 2 から 5 までの 3 階定積分は次のようになる。

$$\int_2^5 \int_2^u \int_2^t (ct+d)^3 \cos(ct+d) dt du dx = \left(\frac{1}{c}\right)^n \int_{2c+d}^{5c+d} \int_{2c+d}^u \int_{2c+d}^t t^3 \cos t dt du dx$$

$c=3, d=4$  のとき、両辺を *Mathematica* で計算すると

$$\text{G1}[c_, d_] := \int_2^5 \left( \int_2^x \left( \int_2^u (c t + d)^3 \text{Cos}[c t + d] dt \right) du \right) dx$$

$$\text{Gr}[c_, d_] := \left(\frac{1}{c}\right)^3 \int_{2c+d}^{5c+d} \left( \int_{2c+d}^x \left( \int_{2c+d}^u t^3 \text{Cos}[t] dt \right) du \right) dx$$

$$\text{N}[\{\text{G1}[3, 4], \text{Gr}[3, 4]\}]$$

$$\{822.152, 822.152\}$$

両辺は等しいことが確認できる。

上記2例のような計算は3階や4階までなら多重級数で良いが、5階や8階になると表記も計算も困難になる。

これを解決するため、以下では「4 高階積分」 *Cauchy* の重回積分の公式 を用いて次の定理を導出する。

**定理 30・2・1'**

$c$  は正数、 $a, b, d$  は実数 そして  $n$  は自然数とする。関数  $g(x)$  の原始関数  $g^{<n>}(x)$  が区間  $[ac+d, bc+d]$  において有界かつ正則であるならば、次が成立する。

$$\frac{1}{\Gamma(n)} \int_a^b (b-x)^{n-1} g(cx+d) dx = \left(\frac{1}{c}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{ac+d}^{bc+d} (bc+d-x)^{n-1} g(x) dx$$

**証明**

「4 高階積分」定理 4・2・1 によれば、*Cauchy* の重階積分の公式は次のようであった。

$$\int_a^x \cdots \int_a^x g(x) dx^n = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_a^x (x-t)^{n-1} g(t) dt$$

これを用いれば 補題 30・2・0 は次のように記述される。

$$\frac{1}{\Gamma(n)} \int_a^x (x-t)^{n-1} g(ct+d) dt = \left(\frac{1}{c}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{f_a}^f (f-t)^{n-1} g(f) df$$

ここで  $x=b$  と置けば、 $bc+d = f_b$ 。よって

$$\frac{1}{\Gamma(n)} \int_a^b (b-t)^{n-1} g(ct+d) dt = \left(\frac{1}{c}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{f_a}^{f_b} (f_b-t)^{n-1} g(f) df$$

i.e.

$$\frac{1}{\Gamma(n)} \int_a^b (b-t)^{n-1} g(ct+d) dt = \left(\frac{1}{c}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{ac+d}^{bc+d} (bc+d-t)^{n-1} g(f) df$$

右辺の積分において上限も下限も定数であるから、記号  $f$  は任意に変更することができる。

かくて  $f$  を  $t$  に変更し、更に両辺において  $t$  を  $x$  に変更して与式を得る。 Q. E. D.

**例1'  $g(cx+d) = \lambda^{cx+d}$**

定理に従えばこれの 1 から 6 までの  $n$  階定積分は次のようになる。

$$\frac{1}{\Gamma(n)} \int_1^6 (6-x)^{n-1} \lambda^{cx+d} dt = \left(\frac{1}{c}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{1c+d}^{6c+d} (6c+d-x)^{n-1} \lambda^x dx \quad (\lambda > 1)$$

$\lambda=2$  のとき、両辺を *Mathematica* で  $n=3$  について計算すると、

$$\text{Expand}[G1[c, d, 2, 3]] : -\frac{2^{c+d}}{c^3 \text{Log}[2]^3} + \frac{2^{6c+d}}{c^3 \text{Log}[2]^3} - \frac{5 \times 2^{c+d}}{c^2 \text{Log}[2]^2} - \frac{25 \times 2^{-1+c+d}}{c \text{Log}[2]}$$

$$\text{Expand}[Gr[c, d, 2, 3]] : -\frac{2^{c+d}}{c^3 \text{Log}[2]^3} + \frac{2^{6c+d}}{c^3 \text{Log}[2]^3} - \frac{5 \times 2^{c+d}}{c^2 \text{Log}[2]^2} - \frac{25 \times 2^{-1+c+d}}{c \text{Log}[2]}$$

この結果は 例1 とぴったり一致している。

定理 30・2・1' において  $a = \pm\infty$ ,  $b=0$  と置くことにより、次の系が得られる。

系 30・2・2'

$c$  は正数、 $d$  は実数 として  $n$  は自然数とする。関数  $g(x)$  の高階原始関数  $g^{<n>}(x)$  が区間  $(\pm\infty, d]$  において有界かつ正則であるならば、自然数  $n$  について次が成立する。

$$\frac{1}{\Gamma(n)} \int_{\pm\infty}^0 (0-x)^{n-1} g(cx+d) dx = \left(\frac{1}{c}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{\pm\infty}^d (d-x)^{n-1} g(x) dx$$

但し、±は積分が収束する方を採用。

例2'  $g(cx+d) = \log\left(\tanh\frac{cx+d}{2}\right)$

系に従えばこれの  $\infty$  から  $0$  までの  $n$  階定積分は次のようになる。

$$\frac{1}{\Gamma(n)} \int_{\infty}^0 (-x)^{n-1} \log\left(\tanh\frac{cx+d}{2}\right) dx = \left(\frac{1}{c}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{\infty}^d (d-x)^{n-1} \log\left(\tanh\frac{x}{2}\right) dx$$

$c=3, d=4$  のとき、*Mathematica* で  $n=5$  について計算すると、

$$\Gamma[n_] := \text{Gamma}[n]$$

$$\text{G1}[c_, d_, n_] := \frac{1}{\Gamma[n]} \int_{\infty}^0 (\theta - x)^{n-1} \text{Log}\left[\text{Tanh}\left[\frac{c x + d}{2}\right]\right] dx$$

$$\text{Gr}[c_, d_, n_] := \left(\frac{1}{c}\right)^n \frac{1}{\Gamma[n]} \int_{\infty}^d (d - x)^{n-1} \text{Log}\left[\text{Tanh}\left[\frac{x}{2}\right]\right] dx$$

$$\text{N}\{\text{G1}[3, 4, 5], \text{Gr}[3, 4, 5]\}$$

$$\{0.000150746, 0.000150746\}$$

両辺は等しいことが確認できる。



### 30・3 線形合成関数の超定積分

#### 定理 30・3・1

$c, p$  は正数、 $a, b, d$  は実数とする。関数  $g(x)$  の超原始関数  $g^{<p>}(x)$  が区間  $[ac+d, bc+d]$  において有界かつ正則であるならば、次が成立する。

$$\frac{1}{\Gamma(p)} \int_a^b (b-x)^{p-1} g(cx+d) dx = \left(\frac{1}{c}\right)^p \frac{1}{\Gamma(p)} \int_{ac+d}^{bc+d} (bc+d-x)^{p-1} g(x) dx$$

#### 証明

定理 30・2・1' において自然数  $n$  を正数  $p$  に置換して与式を得る。 Q.E.D.

#### 例1 $g(cx+d) = \operatorname{sech}(cx+d)$

定理に従えばこれの 2 から 10 までの  $p$  階定積分は次のようになる。

$$\frac{1}{\Gamma(p)} \int_2^{10} (10-x)^{p-1} \operatorname{sech}(cx+d) dx = \left(\frac{1}{c}\right)^p \frac{1}{\Gamma(p)} \int_{2c+d}^{10c+d} (10c+d-x)^{p-1} \operatorname{sech} x dx$$

$c=3, d=4$  のとき、*Mathematica* で  $p=3.5$  について計算すると、

`Γ[p_] := Gamma[p]`

`G1[c_, d_, p_] := 1/Γ[p] ∫₂¹⁰ (10-x)ᵖ⁻¹ Sech[c x + d] dx`

`Gr[c_, d_, p_] := (1/c)ᵖ 1/Γ[p] ∫₂ᶜ⁺ᵈ¹⁰ᶜ⁺ᵈ (10c+d-x)ᵖ⁻¹ Sech[x] dx`

`N[{G1[3, 4, 3.5], Gr[3, 4, 3.5]}]`

`{0.00148737, 0.00148737}`

両辺は等しいことが確認できる。

定理 30・3・1 において  $a = \pm\infty, b = 0$  と置くことにより、次の系が得られる。

#### 系 30・3・2

$c, p$  は正数、 $d$  は実数とする。関数  $g(x)$  の超原始関数  $g^{<n>}(x)$  が区間  $(\pm\infty, d]$  において有界かつ正則であるならば、次が成立する。

$$\frac{1}{\Gamma(p)} \int_{\pm\infty}^0 (0-x)^{p-1} g(cx+d) dx = \left(\frac{1}{c}\right)^p \frac{1}{\Gamma(p)} \int_{\pm\infty}^d (d-x)^{p-1} g(x) dx$$

但し、 $\pm$  は積分が収束する方を採用。

#### 例2 $g(cx+d) = e^{cx+d} (cx+d)^\lambda$

系に従えばこれの  $-\infty$  から 0 までの  $p$  階定積分は次のようになる。

$$\frac{1}{\Gamma(p)} \int_{-\infty}^0 (-x)^{p-1} e^{cx+d} (cx+d)^\lambda dx = \left(\frac{1}{c}\right)^p \frac{1}{\Gamma(p)} \int_{-\infty}^d (d-x)^{p-1} e^x x^\lambda dx \quad (\lambda > -1)$$

$c=3, d=4, \lambda = -0.99$  のとき、*Mathematica* で  $p=2.5$  について計算すると、

$\Gamma[p_] := \text{Gamma}[p]$

$$\text{G1}[c_, d_, \lambda_, p_] := \frac{1}{\Gamma[p]} \int_{-\infty}^{\theta} (\theta - x)^{p-1} e^{c x + d} (c x + d)^{\lambda} dx$$

$$\text{Gr}[c_, d_, \lambda_, p_] := \left(\frac{1}{c}\right)^p \frac{1}{\Gamma[p]} \int_{-\infty}^d (d - x)^{p-1} e^x x^{\lambda} dx$$

$\text{N}[\{\text{G1}[3, 4, -0.99, 2.5], \text{Gr}[3, 4, -0.99, 2.5]\}]$

$\{1.52252 - 1.21054 i, 1.52252 - 1.21054 i\}$

両辺は等しいことが確認できる。

2024.07.04

2024.07.08 Updated

河野 和  
広島市

宇宙人の数学